

Analyse et réduction du Power Ratio des systèmes de radiocommunications multi-antennes

Basel Rihawi

Équipe Signal, Communication et Électronique Embarquée, Supélec-IETR

École doctorale Matisse, Université de Rennes I

Directeurs de thèse : Jacques Palicot et Yves Louët

Séminaire SCEE : 6 mars 2008

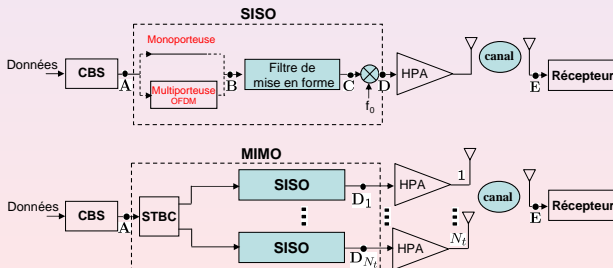


Contexte des études

- Modulation multiporteuse telle que l'OFDM :
 - fortes fluctuations d'amplitude
 - à contrôler au passage par des éléments non linéaires
- Nombre très important de travaux ont été réalisés :
 - description mathématiquement des fluctuations (Power Ratio : PR)
 - proposition de solutions visant à les réduire
- Modulation monoporteuse :
 - PR moins fort
 - peu d'études dans ce contexte
- Les systèmes de télécommunications allant en se diversifiant et se complexifiant (par exemple MIMO)
- L'ajout d'une ou plusieurs antennes en émission va modifier la configuration du signal reçu (par rapport au cas SISO) et donc son PR.
- La présence d'un amplificateur non linéaire (LNA) en réception impose alors de quantifier la valeur du PR

Objectifs des études

- Décrire le PR de l'émission à la réception en prenant en compte l'influence des modifications du signal :
 - filtrage de mise en forme
 - transposition RF
 - canal de propagation
- Appliquer cette description aux contextes SISO puis MIMO, chacun d'entre eux étant décliné sous les aspects monoporteuse puis multiporteuse
- Proposer des méthodes de réduction du PR à la réception



Plan

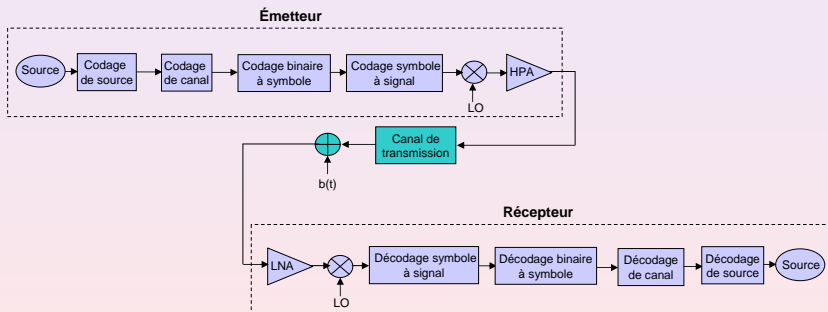
- 1 **Positionnement du problème**
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 **Power Ratio dans un contexte SISO**
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 **Power Ratio dans un contexte MIMO**
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 **Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM**
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 **Conclusions et Perspectives**

Plan

- 1 **Positionnement du problème**
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 **Power Ratio dans un contexte SISO**
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 **Power Ratio dans un contexte MIMO**
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 **Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM**
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 **Conclusions et Perspectives**

Chaîne de transmission numérique

- émetteur
- canal de transmission
- récepteur



Canal de Rayleigh

- Le signal reçu s'écrit comme :

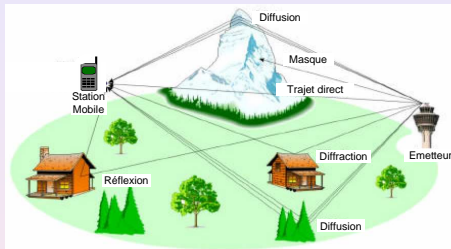
$$y(t) = \sum_{l=0}^{L_p-1} \alpha_l s(t - \tau_l) + b(t)$$

où L_p : nombre de trajets

$$Pr(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right\} \quad \alpha \geq 0$$

avec moyenne : $\sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

et variance : $\sigma^2(2 - \frac{\pi}{2})$



Méthodes pour combattre les distorsions provoquées par le canal de Rayleigh :

- Diversité (fréquentielle, temporelle, polarisation, spatiale (MIMO))
- Multiplexage fréquentiel (à base de la modulation OFDM)

Modulation multiporteuse de type OFDM

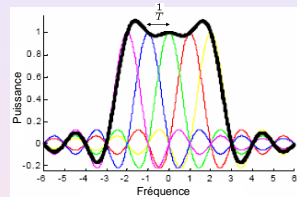
- **Principe** : répartir les symboles sur un grand nombre de porteuses sous certaines conditions d'orthogonalité (l'espace entre les fréquences est $\frac{1}{T}$)

$$f_k = f_0 + \frac{k}{T}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1,$$

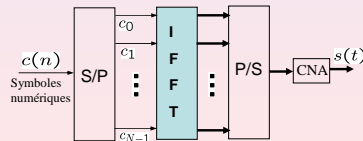
f_0 : première fréquence de la bande du signal OFDM

- L'enveloppe complexe du signal correspondant à l'ensemble des N symboles réassemblés en un symbole OFDM est :

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{2j\pi f_k t}, \quad t \in [0, T]$$



- Réalisation numérique par IDFT (via l'algorithme de l'IFFT)



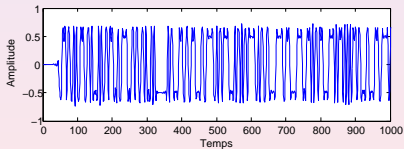
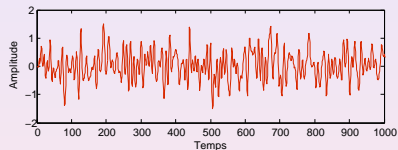
OFDM et non-linéarités

- Un des inconvénients des signaux OFDM : formes d'onde à très fortes fluctuations d'amplitude

- Quantification des fluctuations : Power Ratio (PR)

$$PR = \frac{\max_{t \in [0, T]} |s(t)|^2}{\frac{1}{T} \int_0^T |s(t)|^2 dt}$$

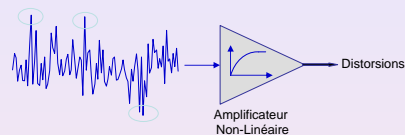
- Intérêt : Amplification non linéaire



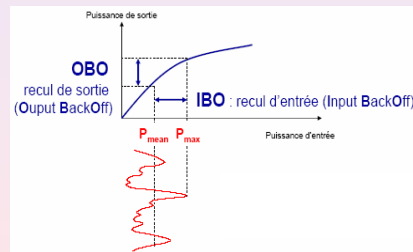
Signaux multiporteuse (haut) et monoporteuse (bas)

Amplificateur

- Les amplificateurs sont des éléments clés dans un système de télécommunication



- Mais leur rendement est faible et en plus ils ont des caractéristiques non linéaires



- La non linéarité et le PR imposent
 - recul d'entrée important
 - sous utilisation de l'amplificateur

Plan

- 1 **Positionnement du problème**
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 **Power Ratio dans un contexte SISO**
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 **Power Ratio dans un contexte MIMO**
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 **Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM**
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 **Conclusions et Perspectives**

État de l'art

■ État de l'art :

- Prise en compte du suréchantillonnage dans le calcul du PR¹

Hypothèse : constellation QPSK

A $f_e = \frac{1}{T}$ le PR vaut 0 dB A $f_e = \frac{N_s}{T}$ le PR vaut $10 \log \frac{3N_s^2}{1+2N_s^2}$

$$N_s \rightarrow +\infty \Rightarrow \text{PR} = 10 \log(3/2) = 1.7609 \text{ dB}$$

- Influence du filtre de Nyquist sur le PR¹

$$\tilde{s}(t) = \sum_{k=0}^{N_s-1} (a_k + jb_k) p(t - kT)$$

Réponse impulsionnelle du filtre :

$$p(t) = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t} \frac{\cos(\frac{\pi\beta}{T}t)}{1 - \frac{4\beta^2 t^2}{T^2}}$$

$$\text{PR}\{\tilde{s}(t)\} \leq \left(\frac{\max(a_k)}{\sigma_a}\right)^2 \frac{\pi^2/8\beta}{(1-\beta/4)}$$

$\beta \in]0, 1]$: facteur de roll off du filtre

- Influence de la transposition de fréquence sur le PR²

$$\text{PR}_{RF} \approx \text{PR}_{BB} + 3\text{dB}$$

¹ J. Palicot and Y. Louët, "Power Ratio definitions and analysis in single carrier modulation", EUSIPCO05, Turkey, 2005.

² Y. Louët et J. Palicot "Synthèse de la notion de facteur de crête et application aux modulations monoporteuse" GRETSI, Belgique, 2005.

Influence du filtre en racine de Nyquist sur le Power Ratio

■ Influence du filtre en racine de Nyquist sur le Power Ratio :

- L'expression en bande de base d'un signal en sortie du filtre en racine de Nyquist est :

$$\begin{aligned}\tilde{s}(t) &= \sum_{k=0}^{N_s-1} c_k p(t - kT) \\ &= \sum_{k=0}^{N_s-1} a_k p(t - kT) + j \sum_{k=0}^{N_s-1} b_k p(t - kT)\end{aligned}$$

où c_k sont les N_s symboles à l'entrée du filtre et $p(t)$ le filtre en racine de Nyquist.

La réponse impulsionnelle du filtre en racine de Nyquist d'un roll off β est définie comme :

$$p(t) = \begin{cases} 1 - \beta + 4 \frac{\beta}{\pi} & \text{si } t = 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi}\right) \sin\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) + \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4\beta}\right) \right] & \text{si } t = \pm \frac{T}{4\beta} \\ \frac{\sin\left(\pi(1-\beta)\frac{t}{T}\right) + 4\beta \frac{t}{T} \cos\left(\pi(1+\beta)\frac{t}{T}\right)}{\pi \frac{t}{T} (1 - (4\beta \frac{t}{T})^2)} & \text{sinon.} \end{cases}$$

L'évaluation du PR du signal en sortie du filtre nécessite le calcul de :

- la puissance moyenne de $\tilde{s}(t)$
- l'identification du maximum de $|\tilde{s}(t)|^2$

Influence du filtre en racine de Nyquist sur le Power Ratio

- Puissance moyenne : $P_{\tilde{s}} = \sigma_c^2$
- Calcul de la puissance maximale pour $\beta = 0$

$$p(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t = 0 \\ \frac{\sin\left(\pi \frac{t}{T}\right)}{\pi \frac{t}{T}} & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$t = -T/2$$

$$a_k = (-1)^k \Rightarrow \tilde{s}(t = -T/2) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{N_s-1} \frac{1}{1+2k} + j \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{N_s-1} \frac{1}{1+2k} \Rightarrow \text{La série est divergente}$$

$$b_k = (-1)^k$$

$$\text{PR}\{\tilde{s}(t), \beta = 0\} = +\infty$$

- Calcul de la puissance maximale pour $\beta \neq 0$

On montre que la série converge \Rightarrow le PR existe

D'après le critère de Riemann, la série $\sum_{k=0}^{N_s-1} \left| \frac{1}{\pi \left(\frac{t-kT}{T} - 4\beta \left(\frac{t-kT}{T} \right)^2 \right)} \right|$ converge

Influence du filtre en racine de Nyquist sur le Power Ratio

- Recherche du maximum de $|\tilde{s}(t)|^2$

$$\begin{aligned} \max_t |\tilde{s}(t)|^2 &= \max_t \left| \sum_{k=0}^{N_s-1} c_k p(t - kT) \right|^2 \\ &\leq 2 * \max_k |a_k|^2 \left(\max_t \sum_{k=0}^{N_s-1} |p(t - kT)| \right)^2 \end{aligned}$$

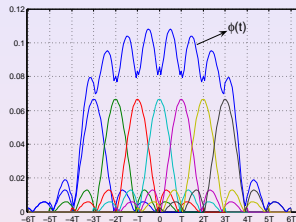
Il faut chercher le maximum de $\phi(t) = \sum_{k=0}^{N_s-1} |p(t - kT)|$

Constat par simulation

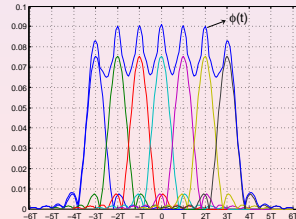
$\beta \leq 0.4 \Rightarrow$ le maximum est situé à $t = \pm \frac{T}{2}$

$\beta \geq 0.4 \Rightarrow$ le maximum est situé à $t = 0$

$\beta = 0.24$, $N_s = 7$, $L_f = 6$ symboles



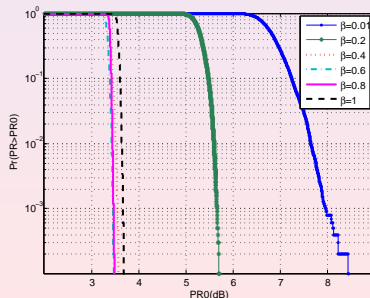
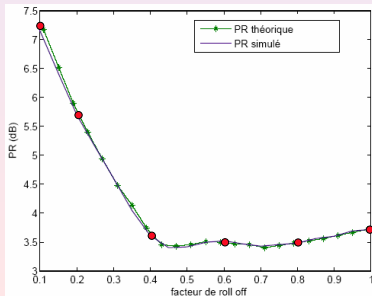
$\beta = 0.75$, $N_s = 7$ et $L_f = 6$ symboles



Influence du filtre en racine de Nyquist sur le Power Ratio

Expression du PR en sortie du filtre tronqué à $L_f = 2n$ symboles

$$\text{PR}\{\tilde{s}(t)\} \leq \begin{cases} \frac{8 \cdot \max |a_k|^2}{\sigma_c^2} \left(\sum_{k=0}^{n-1} \left| \frac{(-1)^k \cos\left(\beta \frac{\pi}{2} (2k+1)\right) + 2\beta(2k+1)(-1)^{k+1} \sin\left(\beta \frac{\pi}{2} (2k+1)\right)}{\frac{\pi}{2} (2k+1)(1 - (2 \times (2k+1)\beta)^2)} \right| \right)^2 & \text{si } 0 < \beta \leq 0.4 \\ \frac{2 \cdot \max |a_k|^2}{\sigma_c^2} \left(1 - \beta + \frac{4\beta}{\pi} + 2 * \sum_{k=1}^n \left| \frac{(-1)^{k+1} \sin(\beta k \pi) + 4k\beta(-1)^k \cos(\beta k \pi)}{k\pi(1 - (4k \times \beta)^2)} \right| \right)^2 & \text{si } 0.4 \leq \beta \leq 1 \end{cases}$$

 $L_f = 24$ symboles

PR en sortie du canal de propagation

■ PR en sortie du canal de propagation

- Distribution du PR du signal reçu
- Canal de Rayleigh à évanouissements plats

QPSK

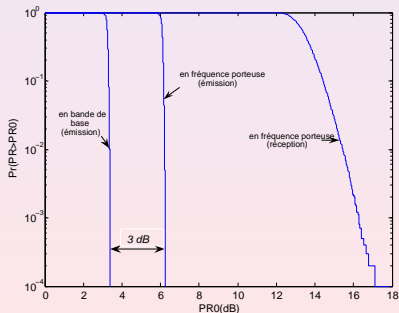
$N_s = 1000$

$\beta = 0.5$

$N_e = 4$

$L_f = 24$

$RSB = 10 \text{ dB}$



Définition et état de l'art

■ Définition et état de l'art

- Les parties réelles et imaginaires du signal OFDM suivent des lois gaussiennes (N grand)
- Approche de Van Nee³ pour déterminer la CCDF du PR d'un signal OFDM échantillonné à la fréquence de Nyquist

$$Pr\left[PR\{\tilde{\mathbf{x}}\} > \gamma\right] \approx 1 - (1 - e^{-\gamma})^N$$

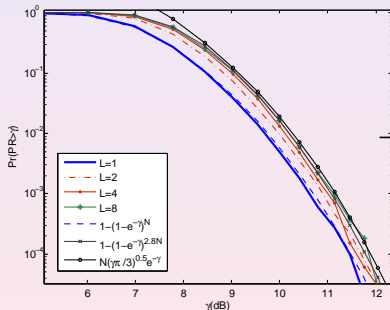
- CCDF du PR d'un signal OFDM continu

$$Pr\left[PR\{\tilde{\mathbf{x}}\} > \gamma\right] \approx 1 - (1 - e^{-\gamma})^{2.8N}$$

- Approche de Zhou⁴

$$Pr\left[PR\{\tilde{\mathbf{x}}\} > \gamma\right] \approx N\sqrt{\frac{\pi}{3}}\gamma e^{-\gamma}$$

$N = 128$, QPSK, bande de base



³R. Van Nee and R. Prasad, "OFDM for wireless multimedia communications", universal personal communications, Artech House publishers, Chapter 6, January 2000.

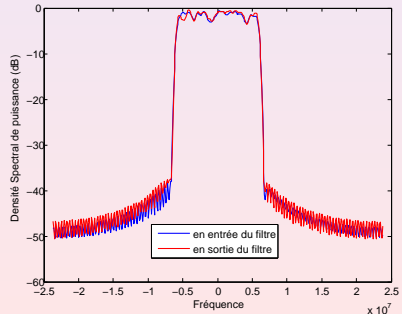
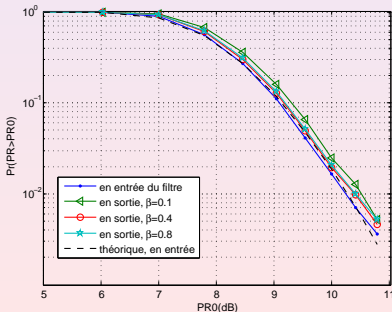
⁴X. Zhou and Jr. James Caffery, "A new distribution bound and reduction scheme for OFDM PAPR", Wireless Personal Multimedia Communications, 1 :128-162, October 2002.

Distribution du PR en sortie du filtre de mise en forme

■ Distribution du PR en sortie du filtre de mise en forme

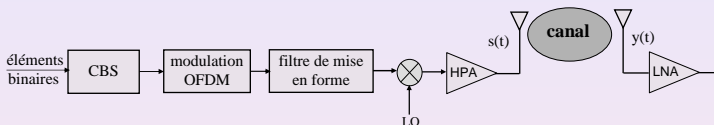
- Filtre en racine de Nyquist
- Filtre linéaire, le signal de sortie possède certaines caractéristiques identiques au signal d'entrée (gaussien, centré, stationnaire, ...)
- CCDF du PR en sortie du filtre est identique à celle en entrée

$N = 128$, QPSK, bande de base, $L = 4$



Influence du canal de propagation

■ Influence du canal de propagation



● Cas d'un canal BBAG

De la figure ci-dessus, le signal reçu est:

$$y(t) = s(t) + b(t)$$

$y(t)$ suit une loi gaussien de variance $\sigma_s^2 + \sigma_b^2$

CCDF du PR du signal reçu est équivalente à celle du signal émis

$$Pr \left[\text{PR}\{y(t)\} > PR_0 \right] \approx 1 - \left(\text{erf} \left(\frac{\sqrt{PR_0}}{\sqrt{2}} \right) \right)^{2.8N}$$

Influence du canal de propagation

- Cas d'un canal de Rayleigh à évanouissements plats

Dans ce cas, le signal reçu est :

$$y(t) = \alpha(t)s(t) + b(t) = x(t) + b(t)$$

Un échantillon du signal reçu peut s'exprimer comme :

$$y = \alpha s + b = x + b$$

α : VA de Rayleigh qui caractérise l'atténuation du canal

$$f_{\alpha}(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_{\alpha}^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_{\alpha}^2}}, \alpha \geq 0 \quad \text{Ainsi} \quad f_X(x) = \frac{1}{2\sigma_{\alpha}\sigma_s} e^{-\frac{|x|}{\sigma_{\alpha}\sigma_s}}$$

CCDF du PR de ce signal reçu est :

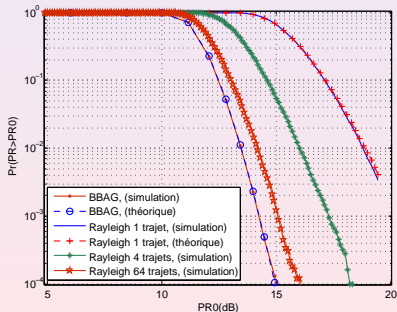
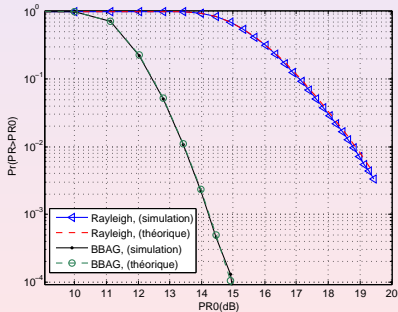
$$\begin{aligned} Pr\left[PR\{y(t)\} > PR_0\right] &\approx 1 - \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\sigma_b}\right) \right. \\ &+ \frac{1}{2} e^{\frac{\sigma_b^2 + 2\sigma_{\alpha}\sigma_s\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\sigma_{\alpha}^2\sigma_s^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 + \sigma_{\alpha}\sigma_s\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\sigma_{\alpha}\sigma_s\sigma_b}\right) \\ &\left. - \frac{1}{2} e^{\frac{\sigma_b^2 - 2\sigma_{\alpha}\sigma_s\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\sigma_{\alpha}^2\sigma_s^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 - \sigma_{\alpha}\sigma_s\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\sigma_{\alpha}\sigma_s\sigma_b}\right) \right]^{2.8N}, \end{aligned}$$

$$P_m = 2\sigma_{\alpha}^2\sigma_s^2 + \sigma_b^2 : \text{Puissance moyenne de } y(t)$$

Influence du canal de propagation

CCDFs du PR d'un signal OFDM perturbé par un canal BBAG et de Rayleigh à évanouissements plats

$N = 1024$, QPSK, $L = 4$, $RSB = 10$ dB



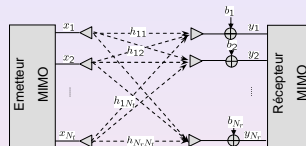
Plan

- 1 **Positionnement du problème**
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 **Power Ratio dans un contexte SISO**
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 **Power Ratio dans un contexte MIMO**
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 **Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM**
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 **Conclusions et Perspectives**

Systèmes MIMO

MIMO : architecture de transmission basée sur l'utilisation de plusieurs antennes à l'émission et à la réception :

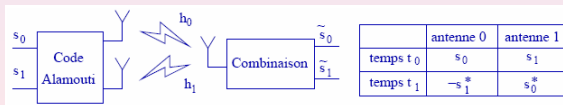
- Lutter efficacement contre les évanouissements du signal
- Augmentation de la capacité de transmission
- Augmentation de l'efficacité spectrale



Exemple : code d'Alamouti⁵ en émission

Un code d'Alamouti permet d'exploiter la diversité offerte par deux antennes d'émission

- Les symboles groupés par couples (s_0, s_1) sont émis de manière suivante



- L'atténuation du canal (h_0, h_1) reste constante pendant la transmission de deux symboles

⁵S. M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communication", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, pages 1451-1458, October 1998.

Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO

En émission⁶

- Le PR est défini comme le maximum des PRs mesurés sur chacune des antennes d'émission :

$$PR_{MIMO-e} = \max_{1 \leq i \leq N_t} PR_i$$

où $PR_i = \frac{\max |x_i(t)|^2}{E[|x_i(t)|^2]}$ est le PR mesuré sur l'antenne i d'émission.

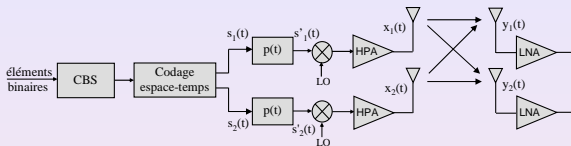
En réception (proposée dans la thèse)

- Le PR calculé sur une des antennes réceptrices c'est-à-dire le PR de la somme des signaux reçus sur cette antenne :

$$PR_{MIMO-r} = \begin{cases} PR\{y_j\} = PR\left\{ \sum_{i=1}^{N_t} h_{ji}x_i + b_j \right\} \\ j = 1, \dots, N_r . \end{cases}$$

⁶ R.F.H. Fischer and M. Hoch, "Peak-to-Average Power Ratio Reduction in MIMO OFDM", IEEE International Conference on Communications (ICC07), Glasgow, United Kingdom, June 2007.

Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse (en réception)



Hypothèse : HPA linéaire avec un gain $G=1$, canal sans bruit

$$y_1(t) = \Re \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k p(t - kT_s) e^{j2\pi f_0 t} \right\}$$

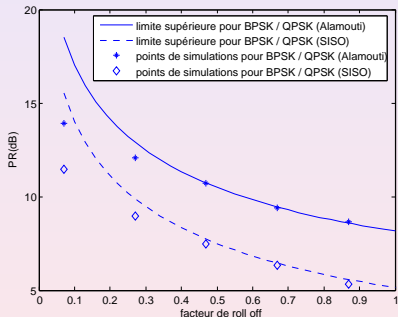
$$\alpha_k = \begin{cases} c_k + c_{k+1} & \text{si } k \text{ est pair} \\ c_k^* - c_{k+1}^* & \text{si } k \text{ est impair.} \end{cases}$$

En considérant $p(t)$ un filtre de Nyquist :

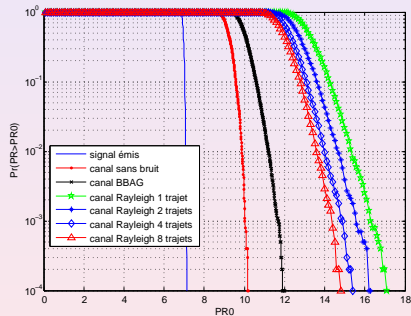
$$\begin{aligned} \text{PR}\{y_1(t)\} &\leq \frac{\max(\alpha_k^2)}{\sigma_\alpha^2} \frac{\pi^2/8\beta}{(1 - \beta/4)} + 3_{dB} \\ &\leq 2 \frac{\pi^2/8\beta}{(1 - \beta/4)} + 3_{dB} \end{aligned}$$

Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse (en réception)

PR en fonction de β pour des systèmes SISO et MIMO à 2 antennes



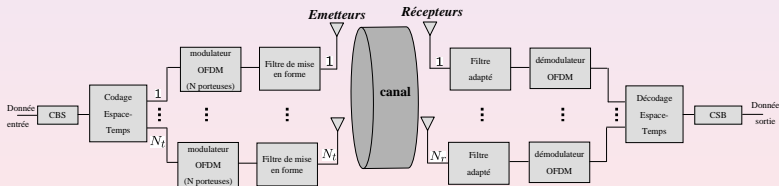
CCDF du PR du signal reçu (MIMO à 2 antennes), $\beta = 0.5$, $RSB = 10dB$



Association MIMO et OFDM

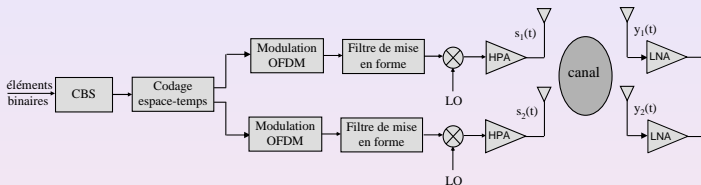
Intérêt de l'association MIMO et OFDM

- augmenter son débit tout en conservant sa grande efficacité spectrale
- élargir la bande passante
- améliorer les performances en terme de TEB



Influence du canal de propagation

Analyse du PR d'un système MIMO-OFDM à deux antennes d'émission



■ Cas d'un canal BBAG

De la figure ci-dessus, le signal reçu est :

$$y_1(t) = s_1(t) + s_2(t) + b(t)$$

$$y_1(t) : \text{loi gaussienne de variance } \sigma_{s_1}^2 + \sigma_{s_2}^2 + \sigma_b^2$$

La CCDF du PR de ce signal reçu est :

$$Pr\{PR\{y_1(t)\} > PR_0\} \approx 1 - \left(\text{erf}\left(\frac{\sqrt{PR_0}}{\sqrt{2}}\right)\right)^{2.8N}$$

Influence du canal de propagation

■ Cas d'un canal de Rayleigh à évanouissements plats

Dans ce cas, un échantillon du signal reçu peut s'exprimer comme :

$$\begin{aligned} y_1 &= \alpha_1 s_1 + \alpha_2 s_2 + b \\ &= x_1 + x_2 + b \\ &= x + b \end{aligned}$$

où α_1 et α_2 sont des variables aléatoires de Rayleigh

La densité de probabilité de x peut être écrite comme :

$$\begin{aligned} f_x(x) &= \int_{u=-\infty}^{\infty} f_{x_1}(u) f_{x_2}(x-u) du \\ &= \frac{\beta e^{-\frac{|x|}{\beta}} - \gamma e^{-\frac{|x|}{\gamma}}}{2(\beta^2 - \gamma^2)} ; \quad \beta \neq \gamma \\ &= \frac{e^{-\frac{|x|}{\delta}} (\delta + |x|)}{4\delta^2} ; \quad \delta = \beta = \gamma, \end{aligned}$$

où $\beta = \sigma_{\alpha_1} \cdot \sigma_{s_1}$ et $\gamma = \sigma_{\alpha_2} \cdot \sigma_{s_2}$

Influence du canal de propagation

La CCDF du PR du signal reçu (MIMO à 2 deux antennes d'émission) dans le cas de $\beta \neq \gamma$

$$\begin{aligned}
 Pr[PR\{y_1(t)\} > PR_0] \approx 1 - & \left[\frac{1}{2(\beta^2 - \gamma^2)} (2(\beta^2 - \gamma^2) \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\sigma_b}\right) \right. \\
 & + \beta^2 e^{\frac{\sigma_b^2 + 2\beta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\beta^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 + \beta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\beta\sigma_b}\right) \\
 & - \beta^2 e^{\frac{\sigma_b^2 - 2\beta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\beta^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 - \beta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\beta\sigma_b}\right) \\
 & - \gamma^2 e^{\frac{\sigma_b^2 + 2\gamma\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\gamma^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 + \gamma\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\gamma\sigma_b}\right) \\
 & \left. + \gamma^2 e^{\frac{\sigma_b^2 - 2\gamma\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\gamma^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 - \gamma\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\gamma\sigma_b}\right) \right]^{2.8N},
 \end{aligned}$$

$P_m = 2(\beta^2 + \gamma^2) + \sigma_b^2$: Puissance moyenne de $y_1(t)$

Influence du canal de propagation

La CCDF du PR du signal reçu (MIMO à 2 deux antennes d'émission) dans le cas de $\beta = \gamma = \delta$

$$Pr[PR\{y_1(t)\} > PR_0] \approx 1 - \left[\frac{1}{4\delta^2} (4\delta^2 \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\sigma_b}\right) + \lambda_1 \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 + \delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\delta\sigma_b}\right) - \lambda_2 \operatorname{erfc}\left(\frac{\sigma_b^2 - \delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{\sqrt{2}\delta\sigma_b}\right)) \right]^{2.8N},$$

$$\lambda_1 = (2\delta^2 - \sigma_b^2 - \delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}) e^{\frac{\sigma_b^2 + 2\delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\delta^2}},$$

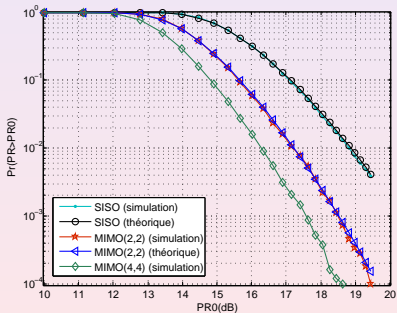
$$\lambda_2 = (2\delta^2 - \sigma_b^2 + \delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}) e^{\frac{\sigma_b^2 - 2\delta\sqrt{P_m \cdot PR_0}}{2\delta^2}}.$$

$P_m = 4\delta^2 + \sigma_b^2$: Puissance moyenne de $y_1(t)$

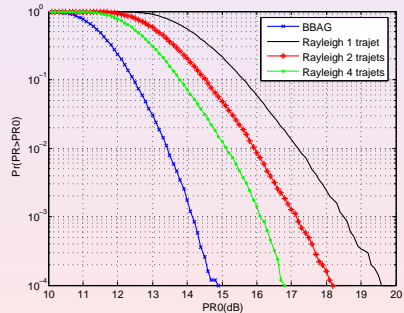
Influence du canal de propagation

CCDF du PR, $N = 1024$, QPSK, $L = 4$, $RSB = 10\text{dB}$

SISO et MIMO avec canal de Rayleigh à évanouissements plats



MIMO avec canaux BBAG et Rayleigh à trajets multiples



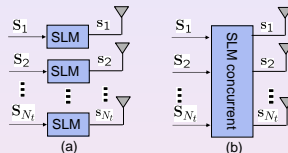
Plan

- 1 Positionnement du problème
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 Power Ratio dans un contexte SISO
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 Power Ratio dans un contexte MIMO
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 Conclusions et Perspectives

État de l'art

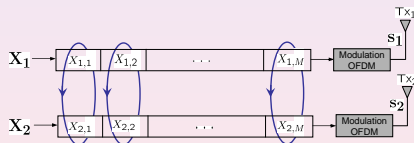
■ Méthode basée sur le Selected Mapping "SLM"

- SLM individuel : l'approche SLM peut s'appliquer indépendamment sur chaque antenne (a)
- SLM concurrent : l'approche SLM peut s'appliquer conjointement sur toutes les antennes (b)



■ Méthode du Cross-Antenna Rotation and Inversion (CARI)

- Principe : effectuer une rotation et une inversion des blocs secondaires d'un symbole OFDM à travers toutes les antennes



■ Méthode du "Unitary Rotation"

■ Méthode de "Subband Permutation"

■ Méthode "Polyphase Interleaving and Inversion"

État de l'art

Un inconvénient majeur lié à ces méthodes réside dans la transmission de SI



Méthode qui ne nécessite pas de transmission de SI : cas de l'ajout de signal

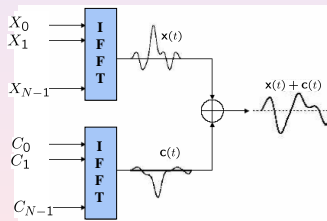
■ Méthode « Tone Reservation »⁷

- Objectif : trouver un signal correcteur $\mathbf{c}(t)$ tel que ajouté au signal utile $\mathbf{x}(t)$ diminuerait le PR de ce dernier sans trop augmenter la puissance moyenne du signal résultant

- Le PR du signal résultant :

$$\text{PR}(\mathbf{x} + \mathbf{c}) = \frac{\max_k |x_k + c_k|^2}{E\{|x_k + c_k|^2\}}, \quad 0 \leq k \leq NL - 1$$

$$X_k + C_k = \begin{cases} C_k, & k \in \mathcal{R} \\ X_k, & k \in \mathcal{R}^c, \end{cases}$$



$\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{R-1}\}$ est l'ensemble des indices ordonnés des porteuses réservées

\mathcal{R}^c est le complément de \mathcal{R} dans $\mathcal{N} = \{0, 1, \dots, N - 1\}$

⁷J. Tellado-Mourelo, "Peak to Average Power Ratio Reduction for multicarrier modulation", PhD Thesis, Stanford University, 1999.

État de l'art

■ Amélioration de la méthode « Tone Reservation »⁸

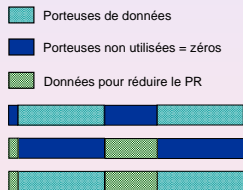
- Exploiter l'emplacement des porteuses non utilisées des standards (par exemple IEEE 802.11a) pour insérer des porteuses correctives optimisées à l'aide de l'algorithme SOCP
- Ainsi, le problème de réduction du PR modélisé sous forme d'optimisation convexe peut s'écrire comme :

$$\begin{aligned} \min \quad & t \\ \text{avec} \quad & |x_k + \hat{q}_{k,L}^{lig} \hat{\mathbf{C}}| \leq t, \quad 0 \leq k \leq NL - 1 \\ & \|\mathbf{x} + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}\| \leq \sqrt{\lambda K} \end{aligned}$$

$$K = NL \cdot E(|\mathbf{x}|^2) \quad \lambda \geq \Delta E$$

$$\Delta E_{dB} = 10 \log_{10} \frac{E\{\|\mathbf{x}+\mathbf{c}\|_2^2\}}{E\{\|\mathbf{x}\|_2^2\}} \text{ puissance moyenne relative transmise}$$

$\hat{\mathbf{Q}}$: restriction de la matrice de Fourier aux colonnes d'indices $\{i_0, \dots, i_{R-1}\}$

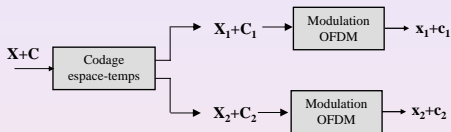


⁸S. Zabre, "Amplification non-linéaire d'un multiplex de porteuses modulées à fort Facteur de Crête", Thèse, Université de Rennes 1, 2007.

Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

■ Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

- Codage espace-temps d'Alamouti



- Notre objectif est de trouver \mathbf{C} pour réduire $\text{PR}\{\mathbf{x}_1 + \mathbf{c}_2\}$ et $\text{PR}\{\mathbf{x}_2 + \mathbf{c}_1\}$ d'une manière conjointe
- Le problème de réduction du PR s'écrit alors :

$$\min_{\mathbf{C}} \quad t$$

$$\text{avec} \quad \|\mathbf{x}_1 + \overline{\mathbf{Q}}_L(\mathbf{C} \odot \mathbf{A}_1 - \mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_2)\|_{\infty} \leq t$$

$$\|\mathbf{x}_2 + \overline{\mathbf{Q}}'_L(\mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_1 + \mathbf{C} \odot \mathbf{A}_2)\|_{\infty} \leq t$$

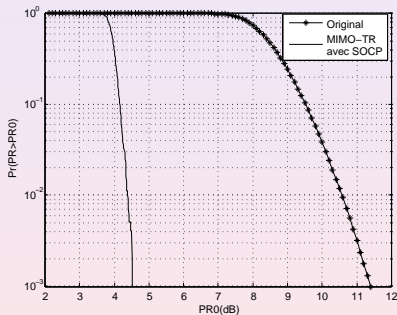
$\overline{\mathbf{Q}}'_L$ une matrice formée par la permutation des lignes paires avec les lignes impaires de la matrice de Fourier $\overline{\mathbf{Q}}_L$

$$\mathbf{A}_1 = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ \dots \ 1 \ 0]^T_{NL} \quad \mathbf{A}_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 1 \ \dots \ 0 \ 1]^T_{NL}$$

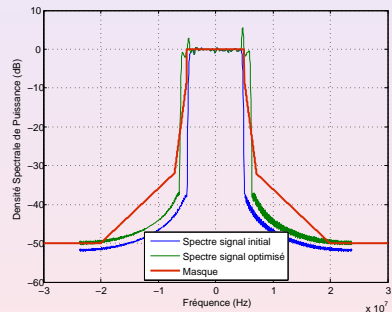
Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

CCDF du PR et spectres des signaux émis d'un système MIMO-OFDM 2x2 (standard IEEE 802.16 WiMAX), $N = 256$, QPSK, $R = 56$, $L = 4$

CCDF du PR



Spectre



- **Inconvénient** : apparition d'une puissance additionnelle visible sur le spectre.

- Puissance moyenne relative : $\Delta E_{dB} = 10 \log_{10} \frac{E\{\|\mathbf{x}+\mathbf{c}\|_2^2\}}{E\{\|\mathbf{x}\|_2^2\}}$

Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

D'où une contrainte sur la puissance moyenne relative :

$$\Delta E_{dB} \leq \gamma$$

C'est-à-dire : $E\{\|\mathbf{x} + \mathbf{c}\|_2^2\} \leq \lambda E\{\|\mathbf{x}\|_2^2\}$ avec : $\lambda = 10^{\frac{\gamma}{10}}$

Le problème d'optimisation avec contrainte s'écrit alors :

$$\min_{\mathbf{C}} \quad t$$

$$\text{avec } \|\mathbf{x}_1 + \overline{\mathbf{Q}}_L(\mathbf{C} \odot \mathbf{A}_1 - \mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_2)\|_\infty \leq t$$

$$\|\mathbf{x}_2 + \overline{\mathbf{Q}}'_L(\mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_1 + \mathbf{C} \odot \mathbf{A}_2)\|_\infty \leq t$$

$$\|\mathbf{x}_1 + \overline{\mathbf{Q}}_L(\mathbf{C} \odot \mathbf{A}_1 - \mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_2)\| \leq \sqrt{\lambda K_1}$$

$$\|\mathbf{x}_2 + \overline{\mathbf{Q}}'_L(\mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_1 + \mathbf{C} \odot \mathbf{A}_2)\| \leq \sqrt{\lambda K_2}$$

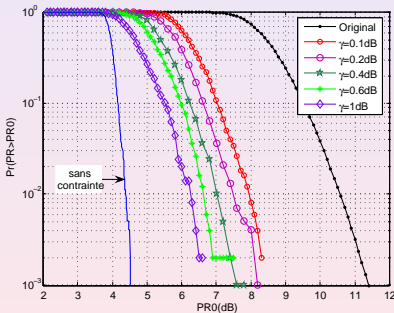
$$K_1 = NL \cdot E(|\mathbf{x}_1|^2)$$

$$K_2 = NL \cdot E(|\mathbf{x}_2|^2)$$

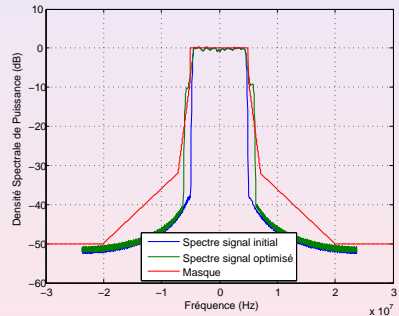
Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

CCDF du PR et spectres des signaux émis avec contrainte sur la puissance moyenne relative dans un système MIMO-OFDM 2x2 (standard IEEE 802.16 WiMAX), $N = 256$, QPSK, $R = 56$, $L = 4$

CCDF du PR



Spectre



- Masque d'émission du standard : non respecté
- Ajouter des contraintes sur les porteuses non utilisées

Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

Le problème d'optimisation dans ce cas s'écrit alors :

$$\min_{\mathbf{C}} t$$

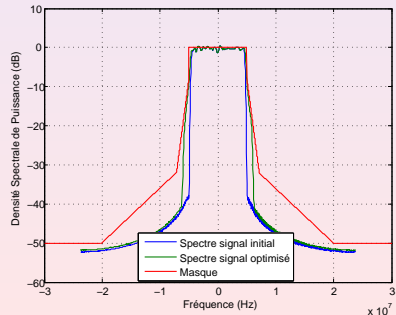
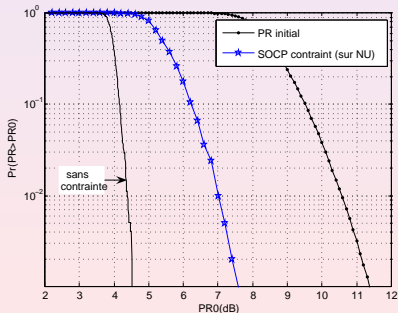
$$\text{avec } \|\mathbf{x}_1 + \overline{\mathbf{Q}}_L(\mathbf{C} \odot \mathbf{A}_1 - \mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_2)\|_{\infty} \leq t$$

$$\|\mathbf{x}_2 + \overline{\mathbf{Q}}_L(\mathbf{C}^* \odot \mathbf{A}_1 + \mathbf{C} \odot \mathbf{A}_2)\|_{\infty} \leq t$$

$$|C_k| \leq \delta_k, \quad k \in \mathcal{R}$$

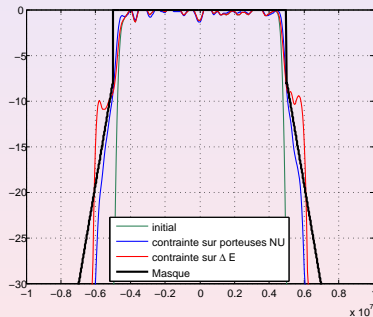
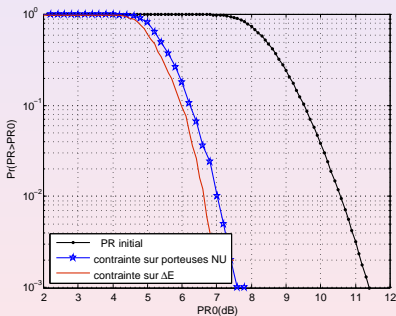
\mathcal{R} : l'ensemble des indices des porteuses non utilisées
CCDF du PR

δ_k : valeurs instantanées du masque
Spectre



Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes

Comparaison des CCDFs du PR et des spectres avec contrainte sur la puissance moyenne relative et avec contrainte sur les porteuses non utilisées $\Delta E = 0.573 \text{ dB}$



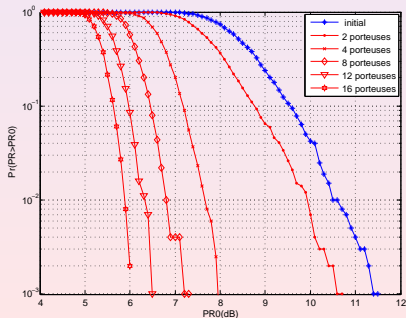
Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile

■ Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile

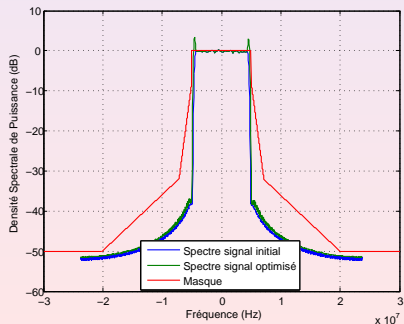
Principe : réserver des porteuses de correction (pour réduire le PR) dans la bande utile du standard

- éviter les remontées spectrales dans les bandes adjacentes
- légère dégradation de l'efficacité spectrale
- moins complexe

CCDF du PR QPSK, $N = 256$, $L = 4$



Spectre



Méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile

- Le gain en réduction du P.R. augmente lorsque le nombre de porteuses allouées augmente

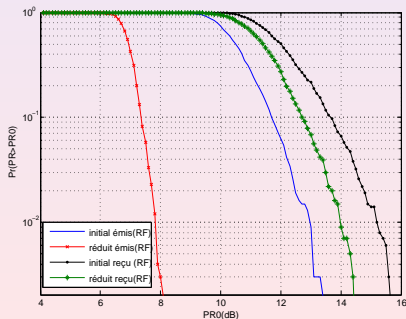
Nombre de porteuses réservées	2 sur 200	4 sur 200	8 sur 200	12 sur 200	16 sur 200
Pourcentage de porteuses réservées	1%	2%	4%	6%	8%
ΔE	0.24 dB	0.58 dB	0.69 dB	0.87 dB	1.04 dB
Gain en réduction du P.R. (pour un seuil de 10^{-3})	≈ 0.9 dB	≈ 3.5 dB	≈ 4.5 dB	≈ 5 dB	≈ 5.4 dB

Performances de la méthode SOCP (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh

■ Performances de la méthode SOCP (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh

CCDF du PR des signaux émis et reçus avec et sans méthode de TR

- système MIMO-OFDM à deux antennes d'émission
- canal de Rayleigh à évanouissements plats
- $N = 256$, 56 porteuses nulles dans le cas sans méthode, QPSK, $L = 4$



Développement d'une méthode à la réception

■ Développement d'une méthode à la réception

Principe :

- ajouter un signal artificiel (hors bande utile) au signal reçu en RF afin de réduire son PR
- le signal amplifié est filtré par un filtre passe bande (BPF) pour éliminer le signal artificiel

Hypothèse : HPA en émission est linéaire

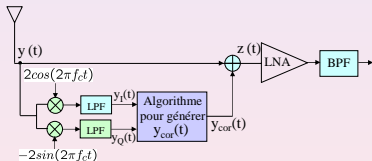
L'algorithme pour générer le signal correctif

Si l'enveloppe du signal dépasse un certain seuil C , un signal correctif est généré

$$y_{cor}(t) = a(t) \cos 2\pi f_r t$$

$$a(t) = -B(t) \pm \sqrt{B^2(t) - y_I^2(t) - y_Q^2(t) + C^2}$$

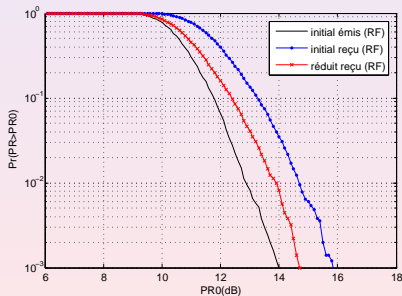
$$B(t) = y_I(t) \cos\{2\pi \Delta f t\} + y_Q(t) \sin\{2\pi \Delta f t\}$$



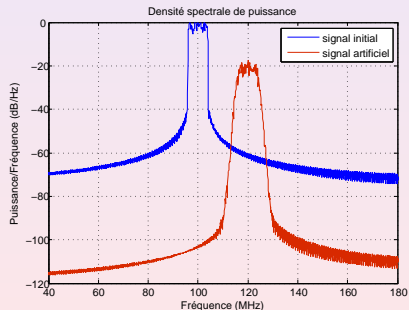
Développement d'une méthode à la réception

- CCDF du PR et spectre du signal reçu perturbé par un canal de Rayleigh à évanouissements plats
- MIMO-OFDM à deux antennes d'émission (N=256, QPSK, L = 2, RSB=10dB)

CCDF du PR



Spectre



Plan

- 1 **Positionnement du problème**
 - Chaîne de transmission numérique
 - Canal de Rayleigh
 - Modulation multiporteuse de type OFDM
 - Amplificateur
- 2 **Power Ratio dans un contexte SISO**
 - Analyse du PR en modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en modulation multiporteuse
- 3 **Power Ratio dans un contexte MIMO**
 - Systèmes MIMO
 - Définitions du Power Ratio des systèmes MIMO
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation monoporteuse
 - Analyse du PR en MIMO avec modulation multiporteuse
- 4 **Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM**
 - Etat de l'art des méthodes de réduction du PR dans un contexte MIMO-OFDM
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses adjacentes
 - Extension de la méthode «TR» pour les systèmes MIMO-OFDM : application aux porteuses dans la bande utile
 - Performances de la méthode «TR» (avec porteuses dans les bandes adjacentes) dans le cas d'un canal de Rayleigh
 - Développement d'une méthode à la réception
- 5 **Conclusions et Perspectives**

Conclusions

■ SISO-modulation monoporteuse

- Seul le facteur de roll off du filtre en racine de Nyquist influence fortement du PR
- Établissement d'une borne supérieure du PR en fonction du roll off
- Le canal de Rayleigh à évanouissements plats dégrade le PR de 10 dB

■ SISO-modulation multiporteuse

- Le filtre de mise en forme ne modifie pas le PR du signal en sortie
- Le canal BBAG ne modifie pas le PR
- Le canal de Rayleigh à évanouissements plats dégrade le PR d'environ 6 dB
- Le canal de Rayleigh à trajets multiples : le PR diminue si le nombre de trajets augmente

■ MIMO-modulation monoporteuse

- Nouvelle définition du PR (réception)
- Expressions du PR (réception - sans canal)

■ MIMO-modulation multiporteuse

- Le canal BBAG ne dégrade pas le PR
- Canal de Rayleigh : le PR diminue si le nombre de trajets ou nombre d'antennes d'émission augmente

■ Réduction du Power Ratio des systèmes MIMO-OFDM

- Émission : méthode de la TR conjointe (porteuses hors et dans la bande)
- Réception : ajoute du signal hors bande en RF

Perspectives

- 1 Développements théoriques de la distribution du PR (émission et réception) en monoporteuse
- 2 Analyser théoriquement la distribution du PR pour les canaux sélectifs en fréquence
- 3 Aspect des méthodes : Prise en compte des amplificateurs (HPA et LNA) dans l'étude
- 4 Antennes virtuelles pour diminuer le PR

Publications

Revue

- Basel Rihawi and Yves Louët, "PAPR Reduction Scheme with SOCP for MIMO-OFDM Systems", International Journal of Communications, Network and System Sciences (IJCNS) (to be published in 2008)

Conférences internationales

- Basel Rihawi, Yves Louët and Sidkiéta Zabré, "PAPR Reduction Scheme with SOCP for MIMO- OFDM", IEEE WICOM 07, Shanghai, China, September 2007.
- Basel Rihawi and Yves Louët, "Gaussian and Flat Rayleigh Fading Channel Influences on PAPR Distribution in MIMO-OFDM Systems", European Wireless Conference 07, Paris, France, April 2007.
- Basel Rihawi and Yves Louët, "Peak to Average Power Ratio analysis in MIMO Systems", ICTTA 06, Damas, Syria, April 2006.
- Steredenn Daumont, Basel Rihawi and Yves Louët, "Root-Raised Cosine filter influences on PAPR distribution of single carrier signals", ISCCSP 08, St. Julians, Malta, March 2008.

Conférence nationale

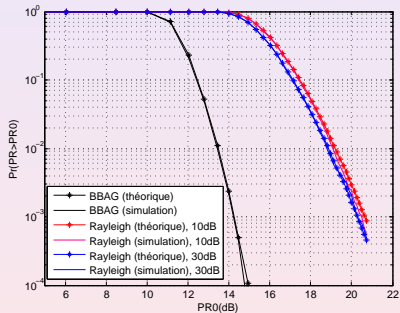
- Basel Rihawi et Yves Louët, "Influence des canaux Gaussien et de Rayleigh sur la distribution du PAPR dans les systèmes MIMO-OFDM", GretsI 07, Troyes, France, Septembre 2007.

Merci pour votre attention

Questions?

- Comparaison des CCDFs du PR (théorique et simulation) du signal reçu en SISO-OFDM (canal de Rayleigh à évanouissements plats) pour différentes valeurs de RSB

$N = 1024$
 QPSK
 $L = 4$



- Comparaison des CCDFs du PR (théorique et simulation) du signal reçu en MIMO-OFDM(2,2) (canal de Rayleigh à évanouissements plats) pour différentes valeurs de RSB

$N = 1024$
QPSK
 $L = 4$

