

Méthode de réduction du PAPR à l'émission par «ajout de signal artificiel» dans un contexte de signaux OFDM

Désiré GUEL Jacques Palicot

SCEE, Supélec, Campus de Rennes, France

26 Juin 2008



Outline

- 1 Systèmes OFDM et amplification non-linéaire
 - Systèmes OFDM
 - Définitions du Rapport de Puissances
 - Amplification Non-linéaire
 - 2 État de l'art de techniques de réduction du PAPR à l'émission
 - Classification des méthodes
 - Les méthodes dites «ajout de signal»
 - 3 Nos contributions: Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Analyses et caractérisations des performances de la méthode
 - Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative
 - 4 Conclusion et Perspectives
-

Outline

1 Systèmes OFDM et amplification non-linéaire

- Systèmes OFDM
- Définitions du Rapport de Puissances
- Amplification Non-linéaire

2 État de l'art de techniques de réduction du PAPR à l'émission

- Classification des méthodes
- Les méthodes dites «ajout de signal»

3 Nos contributions: Méthode Géométrique de réduction du PAPR

- Méthode Géométrique de réduction du PAPR
- Analyses et caractérisations des performances de la méthode
- Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative

4 Conclusion et Perspectives

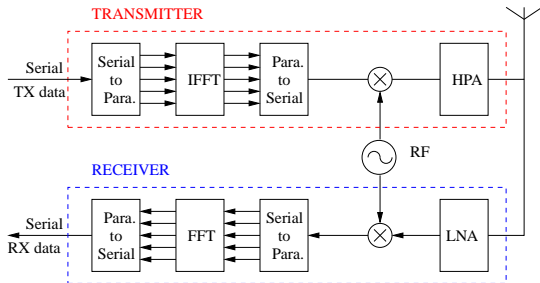


Figure: Système OFDM simplifié

- OFDM: Orthogonal Frequency Division Multiplexing est une modulation de signaux numériques par répartition en fréquences orthogonales.
- Il est utilisé entre autres pour les systèmes de transmissions mobiles à haut débit de données. il est particulièrement bien adapté aux canaux de transmission radio (canaux à trajets multiples, canaux à évanouissement plat, etc.)

Signal OFDM:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{N-1} X_{n,k} g_k(t - nT_s) \right)$$

$$g_k(t) = \begin{cases} e^{j2\pi f_k t}, & t \in [0, T_s] \\ 0, & t \notin [0, T_s] \end{cases}$$

$$f_k = \frac{k}{T_s}, \quad k = 0, \dots, N-1$$

Signal OFDM:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{N-1} X_{n,k} g_k(t - nT_s) \right)$$

$$g_k(t) = \begin{cases} e^{j2\pi f_k t}, & t \in [0, T_s] \\ 0, & t \notin [0, T_s] \end{cases}$$

$$f_k = \frac{k}{T_s}, \quad k = 0, \dots, N-1$$

où $X_{n,k}$ sont les symboles de donnée, N est le nombre de sous-porteuses et T la durée du bloc OFDM.

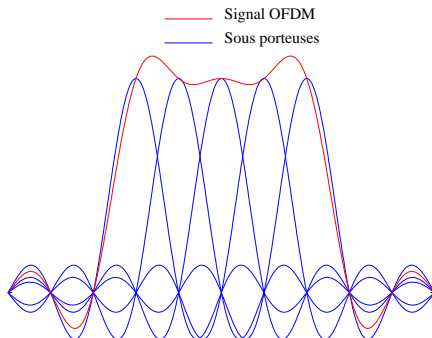
Systèmes OFDM

Signal OFDM:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{k=0}^{N-1} X_{n,k} g_k(t - nT_s) \right)$$

$$g_k(t) = \begin{cases} e^{j2\pi f_k t}, & t \in [0, T_s] \\ 0, & t \notin [0, T_s] \end{cases}$$

$$f_k = \frac{k}{T_s}, \quad k = 0, \dots, N-1$$



où $X_{n,k}$ sont les symboles de donnée, N est le nombre de sous-porteuses et T la durée du bloc OFDM.

Systèmes OFDM

⇒ Quelques exemples d'application de la modulation OFDM:

- IEEE 802.11a and g (WLAN) systems
- IEEE 802.16a (WiMAX) systems
- ADSL (DMT = Discrete MultiTone) systems
- DAB (Digital Audio Broadcasting), DVB-T (Digital Video Broadcasting)
- etc.

⇒ Les avantages:

- Grande immunité aux canaux sélectifs, au canaux à évanouissement plat (réduction des interférences entre symboles ISI)
- Haute efficacité spectrale
- Facilité d'implémentation (module IFFT/FFT)
- Simplicité d'égalisation du Canal.

⇒ Les inconvénients:

- Synchronisation: Très forte sensibilité à la fréquence de Offset et au bruit de phase.
- Le fort facteur de crête (PAPR pour Peak-to-Average Power Ratio) des signaux OFDM.

Définitions du PAPR (PMEPR)

Il existe une importante variété de définitions similaires au PAPR :

- PAPR, PAP α PAR: Peak-to-Average Power Ratio.
- PMEPR: Peak-to-Mean Envelope Power.
- CF: Crest Factor qui est la «racine carrée du PAPR».

⇒ Pour en savoir d'avantage sur les définitions et différentes déclinaisons du PAPR, se reporter [Introduction du Power Ratio \(PR\)](#)([Palicot, Louët, EUSIPCO 05](#)).

Dans la suite de la présentation, on désigneront par «PAPR», le rapport de puissance définit par:

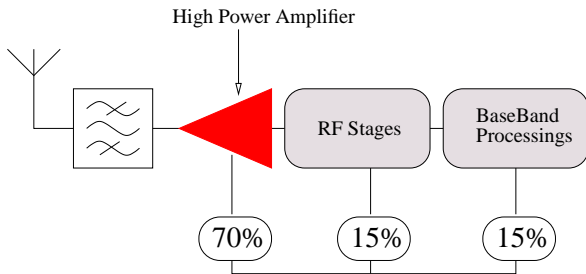
- Cas de signaux continus:

$$PAPR \{x(t)\} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T_s} |x(t)|^2}{E \{ |x(t)|^2 \}}$$

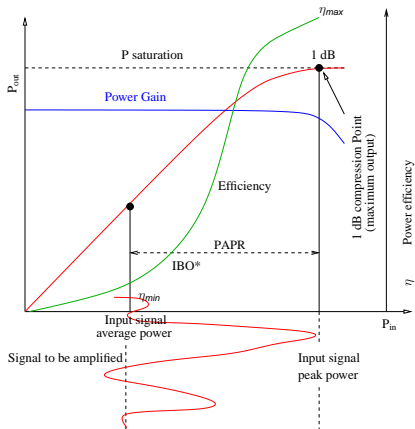
- Cas de signaux discrets:

$$PAPR \{x_k\} = \frac{\max_{0 \leq k \leq N-1} |x_k|^2}{E \{ |x_k|^2 \}}$$

- L' amplificateur de puissance (HPA) est l' étage clé d'un système de télécommunications.
- 60 à 70% de la consommation d'un terminal est attribuée à l'amplificateur de puissance RF.



- Exemple de bilan de puissance d'un terminal 2.5 G:
 - ⇒ 70% de la consommation du système de transmission est dédiée à l' amplificateur de puissance.
 - ⇒ 15% de l'énergie dédiée à l'etage RF (Transposition en RF, CNA/CAN).
 - ⇒ et les 15% de l'énergie est attribuée aux traitements Bande de Base.

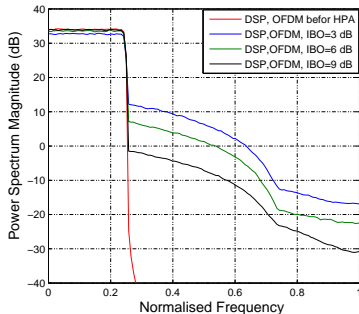
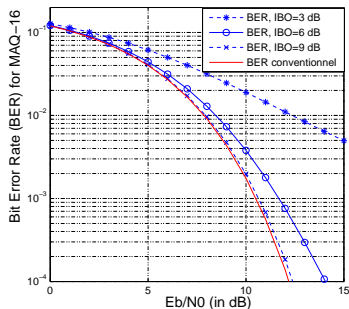


- Utilisation de l'amplificateur de puissance à rendement maximale (zone de non linéaire de l'amplificateur) \Rightarrow **distorsions sévères**.
- Une amplification non linéaire de signaux à fort PAPR impose: Un recul d'entrée (IBO) important \Rightarrow **Une sous utilisation de l'amplificateur**.

Effet d'une amplification non linéaire:

- Modèle d'amplificateur de Puissance non linéaire:
Le Modèle de Rapp [1] dont les caractéristiques AM/AM et AM/PM sont données par:

$$A(r) = \frac{r}{\left[1 + \left(\frac{r}{A_0}\right)^{2p}\right]^{\frac{1}{2p}}}, \quad \Phi(r) = 0$$



A. M. Saleh, Frequency-independent and frequency-dependent nonlinear models of TWT amplifiers, IEEE Trans. Commun. vol. COM-29, No. 11, pp. 1715-1720, 1981.

Effet d'une amplification non linéaire:

Signaux à fort PAPR + Amplification non linéaire \Rightarrow distortions sévères (Dégradation du TEB, Remontée spectrale, étalement de la constellation etc.)

Solutions:

- 1 Prendre un recul d'entrée (IBO) important \Rightarrow une sous utilisation de l'amplificateur.
- 2 Réduire le PAPR des signaux avant amplification.

Outline

- 1 Systèmes OFDM et amplification non-linéaire
 - Systèmes OFDM
 - Définitions du Rapport de Puissances
 - Amplification Non-linéaire
 - 2 État de l'art de techniques de réduction du PAPR à l'émission
 - Classification des méthodes
 - Les méthodes dites «ajout de signal»
 - 3 Nos contributions: Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Analyses et caractérisations des performances de la méthode
 - Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative
 - 4 Conclusion et Perspectives
-

Amplification Non-linéaire:

Le problème : un signal à fort PR + non linéarité = perturbations

Facteurs sur lesquels on peut agir :

- 1 Le PAPR du signal d'entrée (pour le diminuer).
- 2 Élément non linéaire (amplificateur); en linéarisant les caractéristiques AM/AM AM/PM de l'amplificateur.
- 3 Émission ou la réception.

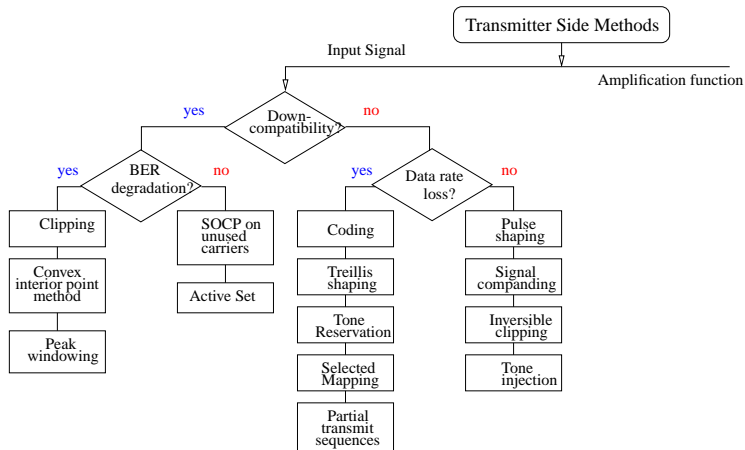
⇒ Il existe une quantité énorme de méthodes:

⇒ chaque méthode est adaptée à un cas particulier

⇒ facteurs à prendre en compte :

- Nombre de porteuses
- Complexité
- Réduction des distorsions
- Notion de compatibilité descendante

Classification des méthodes:



Yves Louet and Jacques Palicot, [A classification of methods for efficient power amplification of signals](#), Annals of Telecom, to be published in 2008.

Les méthodes dites «ajout de signal»

Il est aussi possible de traiter le problème de non linéarités à la réception.

- Types de distorsions à traiter: **Distorsions non linéaires (liée à l'amplification) + Perturbations dues au canal de propagation.**
- Le problème devient alors plus complexe à traiter par rapport aux méthodes à l'émission.
- Il existe beaucoup moins de méthodes associées à la réception qu'à l'émission.
- Elles peuvent être regroupées en deux catégories:
 - ⇒ **Techniques basées sur l'égalisation:**
 - Séries de Volterra
 - Turbo égalisation
 - Réseaux de neurones
 - etc.
 - ⇒ **Techniques basées sur l'estimation de canal:**
 - Séries de Volterra
 - Réseaux de neurones.

Outline

- 1 Systèmes OFDM et amplification non-linéaire
 - Systèmes OFDM
 - Définitions du Rapport de Puissances
 - Amplification Non-linéaire
 - 2 État de l'art de techniques de réduction du PAPR à l'émission
 - Classification des méthodes
 - Les méthodes dites «ajout de signal»
 - 3 Nos contributions: Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Méthode Géométrique de réduction du PAPR
 - Analyses et caractérisations des performances de la méthode
 - Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative
 - 4 Conclusion et Perspectives
-

Retour

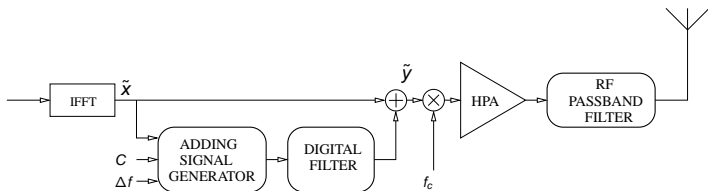


Figure: The OFDM transmitter including the PAPR-reduction scheme.

Retour

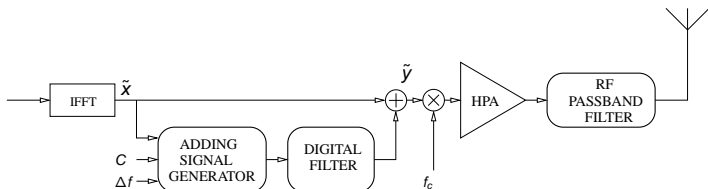


Figure: The OFDM transmitter including the PAPR-reduction scheme.

- Soit $\tilde{x}(t)$ le signal OFDM bande de base et $x(t)$ le signal RF associé à $\tilde{x}(t)$.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= I(t) + jQ(t) \\ x(t) &= I(t) \cos \{2\pi f_c t\} - Q(t) \sin \{2\pi f_c t\}. \end{aligned} \quad (1)$$

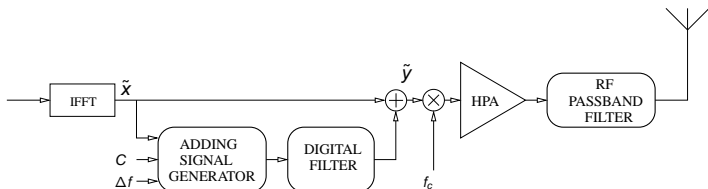


Figure: The OFDM transmitter including the PAPR-reduction scheme.

- Soit $\tilde{x}(t)$ le signal OFDM bande de base et $x(t)$ le signal RF associé à $\tilde{x}(t)$.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= I(t) + jQ(t) \\ x(t) &= I(t) \cos \{2\pi f_c t\} - Q(t) \sin \{2\pi f_c t\}. \end{aligned} \quad (1)$$

- Soit $\tilde{y}(t)$, le signal complexe résultant à la sortie du module de réduction du PAPR.

Le signal $\tilde{y}(t)$ s'écrit:

$$\tilde{y}(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{a}(t) e^{2j\pi \Delta f t}, \quad (2)$$

- Le signal RF $\tilde{y}(t)$ associé à $\tilde{y}(t)$ s'écrit alors:

$$\begin{aligned}y(t) &= \Re \{ \tilde{y}(t) e^{j2\pi f_c t} \} \\ &= \Re \{ \tilde{x}(t) e^{j2\pi f_c t} + \tilde{a}(t) e^{j2\pi f_r t} \},\end{aligned}$$

où $f_r = f_c + \Delta f$

- Description détaillée du Générateur de signaux artificiels

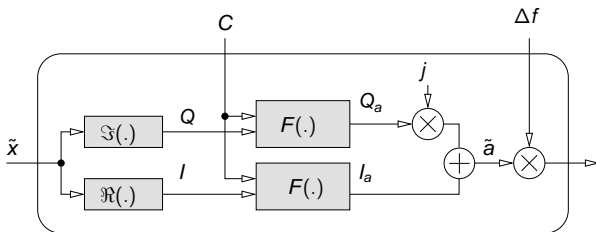


Figure: The System of generating adding signal.

$$r(t) \triangleq |\tilde{x}(t)| = \sqrt{P^2(t) + Q^2(t)} \geq C.$$

$$\begin{aligned} |\vec{OX} + \vec{OA}|^2 &= C^2 \\ \Downarrow \\ (I + I_a)^2 + (Q + Q_a)^2 &= C^2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$r(t) \triangleq |\vec{x}(t)| = \sqrt{P^2(t) + Q^2(t)} \geq C.$$

$$\begin{aligned} |\vec{OX} + \vec{OA}|^2 &= C^2 \\ \Downarrow \\ (I + I_a)^2 + (Q + Q_a)^2 &= C^2 \end{aligned} \quad (3)$$

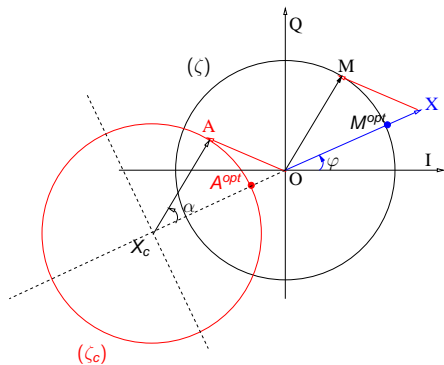
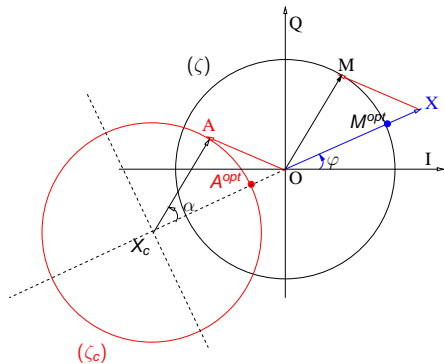


Figure: The plan (I/Q)

Méthode Géométrique de réduction du PAPR: Principe de la réduction du PAPR

$$r(t) \triangleq |\vec{x}(t)| = \sqrt{I^2(t) + Q^2(t)} \geq C.$$

$$\begin{aligned} |\vec{OX} + \vec{OA}|^2 &= C^2 \\ \updownarrow \\ (I + I_a)^2 + (Q + Q_a)^2 &= C^2 \end{aligned} \quad (3)$$



$$A^{opt} : \begin{cases} I^{opt} &= (C/r - 1) I \\ Q^{opt} &= (C/r - 1) Q \end{cases}$$

Figure: The plan (I/Q)

Le signal bande de base $\tilde{y}(t)$ résultant s'écrit:

$$\tilde{y}(t) = \tilde{x}(t) + \tilde{a}(t) e^{i\theta(t)}, \quad \theta(t) = 2\pi\Delta ft, \quad \beta = \Delta f T_s = \Delta f / BW$$

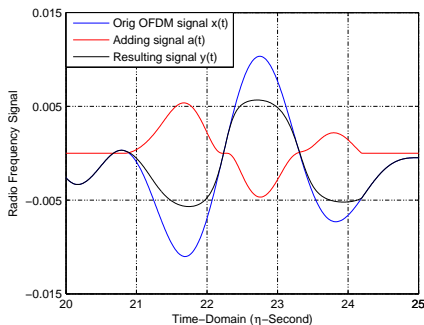


Figure: OFDM, Adding and Resulting signals for $\beta = 0.25$

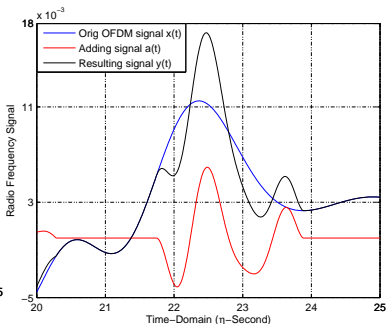


Figure: OFDM, Adding and Resulting signals for $\beta = 4.00$

- Les performances de la méthode de réduction du PAPR dépendent de C et Δf
- Dans la suite, il sera question de:
 - ⇒ Étudier, analyser l'impact de C et Δf sur les performances de la méthode.
 - ⇒ Étudier l'impact du filtrage numérique du signal additionnel sur les performances de la méthode.

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire,}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + \left[x + (C - x) e^{j\theta} \right] \cdot 1_{A^c}(x), \quad (4)$$

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire,}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + [x + (C - x) e^{j\theta}] \cdot 1_{A^c}(x), \quad (4)$$

- La variation de la puissance moyenne est exprimée par γ est définit:

$$\gamma \triangleq \frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^N \gamma_l.$$

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire,}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + [x + (C - x) e^{j\theta}] \cdot 1_{A^c}(x), \quad (4)$$

- La variation de la puissance moyenne est exprimée par γ est définit:

$$\gamma \triangleq \frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^N \gamma_l.$$

$$\gamma_l = \begin{cases} [1 - e^{-\rho^2}] \\ +2(1 - \cos \theta_l) [e^{-\rho^2} + \rho \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erfc}(\rho)] \end{cases} \cdot \quad (5)$$

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire,}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + [x + (C - x) e^{j\theta}] \cdot 1_{A^c}(x), \quad (4)$$

- La variation de la puissance moyenne est exprimée par γ est défini:

$$\gamma \triangleq \frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^N \gamma_l.$$

$$\gamma_l = \begin{cases} [1 - e^{-\rho^2}] \\ + 2(1 - \cos \theta_l) \left[e^{-\rho^2} + \rho \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(\rho) \right] \end{cases} \cdot \quad (5)$$

↓

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{lT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire,}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + [x + (C - x) e^{j\theta}] \cdot 1_{A^c}(x), \quad (4)$$

- La variation de la puissance moyenne est exprimée par γ est défini:

$$\gamma \triangleq \frac{P_y}{P_x} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^N \gamma_l.$$

$$\gamma_l = \left\{ \begin{array}{l} [1 - e^{-\rho^2}] \\ +2(1 - \cos \theta_l) \left[e^{-\rho^2} + \rho \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(\rho) \right] \end{array} \right\} \cdot \quad (5)$$

↓

$$\gamma \approx \left\{ \begin{array}{l} [1 - e^{-\rho^2}] \\ +2 \left(1 - \frac{\sin 2\pi\beta}{2\pi\beta} \right) \left[\begin{array}{l} e^{-\rho^2} \\ -\rho \frac{\sqrt{\pi}}{2} \operatorname{erfc}(\rho) \end{array} \right] \end{array} \right\} \cdot \quad (6)$$

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

$$\rho = \frac{C}{\sqrt{P_x}}, \quad \beta = \Delta f T_s = \frac{\Delta f}{BW}$$

$$\begin{aligned} \gamma(\beta = \infty) &= \lim_{\beta \rightarrow \infty} \gamma(\beta) \\ &= \begin{cases} 1 + e^{-\rho^2} \\ -\rho\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\rho) \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

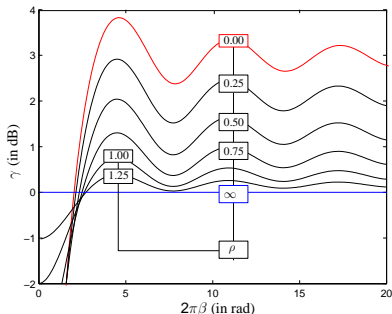


Figure: Le rapport de puissance γ en fonction de β .

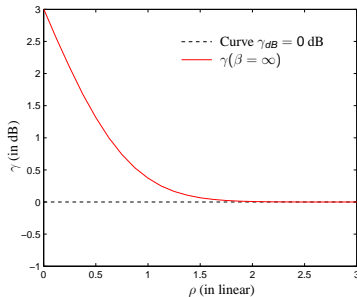


Figure: Le rapport de puissance γ in fonction of ρ pour $\beta = \infty$.

Analyse et étude de la variation de la puissance moyenne

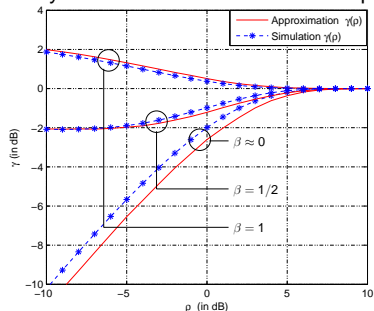


Figure: Comparaison de $\gamma(\rho)$ théorique avec les résultats de simulation pour $\beta \approx 0$, $\beta = 1/2$ et $\beta = 1$.

- De façon générale, γ (6) est une bonne approximation du rapport de puissances moyennes.
- Néanmoins, pour β proche de zéro, la précision de l'approximation est de moins en moins bonne
- Explication: Pour des valeurs de β proches de zéro, l'erreur approximation de Reimann dans (6) devient de plus en plus important.

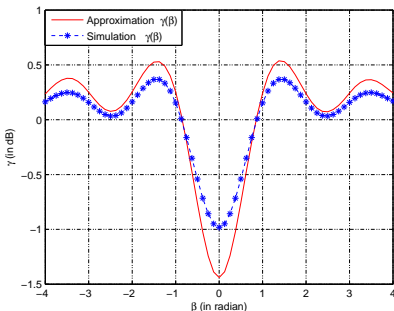


Figure: Comparaison de $\gamma(\beta)$ théorique avec les résultats de simulation.

Performances de la méthode à Réduire le PAPR

Performances de la méthode à Réduire le PAPR

Soit $Q(t) \triangleq \frac{|\tilde{y}(t)|^2}{P_y}$. Le PAPR de $\tilde{y}(t)$ est défini par:

$$\text{PAPR} \{\tilde{y}(t)\} \triangleq \max_{0 \leq t \leq T_s} Q(t)$$

$$Q_l = \frac{1}{\gamma_l} \left\{ \nu_l^2 \cdot 1_{\chi}(\nu_l) + \left| \nu_l + (\rho - \nu_l) e^{j\theta_l} \right|^2 \cdot 1_{\chi^c}(\nu_l) \right\}. \quad (8)$$

$\chi = [0, \rho]$ and $\nu_l \sim$ Loi de Rayleigh normalisée.

Performances de la méthode à Réduire le PAPR

Soit $Q(t) \triangleq \frac{|\tilde{y}(t)|^2}{P_y}$. Le PAPR de $\tilde{y}(t)$ est défini par:

$$\text{PAPR} \{\tilde{y}(t)\} \triangleq \max_{0 \leq t \leq T_s} Q(t)$$

$$Q_l = \frac{1}{\gamma_l} \left\{ \nu_l^2 \cdot 1_{\chi}(\nu_l) + \left| \nu_l + (\rho - \nu_l) e^{j\theta_l} \right|^2 \cdot 1_{\chi^c}(\nu_l) \right\}. \quad (8)$$

$\chi = [0, \rho]$ and $\nu_l \sim$ Loi de Rayleigh normalisée.

$$\Pr \left\{ \max_{0 \leq l < N} Q_l \leq y \right\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \Pr \{Q_l \leq y\}. \quad (9)$$

Performances de la méthode à Réduire le PAPR

Soit $Q(t) \triangleq \frac{|\tilde{y}(t)|^2}{P_y}$. Le PAPR de $\tilde{y}(t)$ est défini par:

$$\text{PAPR} \{\tilde{y}(t)\} \triangleq \max_{0 \leq t \leq T_s} Q(t)$$

$$Q_l = \frac{1}{\gamma_l} \left\{ \nu_l^2 \cdot 1_{\chi}(\nu_l) + \left| \nu_l + (\rho - \nu_l) e^{j\theta_l} \right|^2 \cdot 1_{\chi^c}(\nu_l) \right\}. \quad (8)$$

$\chi = [0, \rho]$ and $\nu_l \sim$ Loi de Rayleigh normalisée.

$$\Pr \left\{ \max_{0 \leq l < N} Q_l \leq y \right\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \Pr \{Q_l \leq y\}. \quad (9)$$

On montre que:

$$\Pr \{Q_l \leq y\} \approx \left\{ \begin{array}{l} \Pr \{\nu_l \leq \sqrt{\gamma_l y}\} \cdot 1_{\chi}(\sqrt{\gamma_l y}) \\ + \Pr \{\nu_l \leq \sqrt{\gamma_l} r_+(y, \theta_l)\} \cdot 1_{\chi^c}(\sqrt{\gamma_l y}) \end{array} \right\}, \quad (10)$$

Ou

$$r_+(y, \theta_l) = \frac{\rho}{2} + \frac{1}{2} \left[\rho^2 + \frac{(\gamma_l y - \rho^2)}{1 - \cos \theta_l} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

$$\max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \left[\begin{array}{l} \{1 - e^{-\gamma l y}\} \cdot 1_{\chi}(\sqrt{\gamma l y}) + \\ \{1 - e^{-\gamma l^2 y}\} \cdot 1_{\chi^c}(\sqrt{\gamma l y}) \end{array} \right], \quad (11)$$

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

$$\max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \left[\begin{array}{l} \{1 - e^{-\gamma l y}\} \cdot 1_{\chi}(\sqrt{\gamma l y}) + \\ \{1 - e^{-\gamma l^2(y)}\} \cdot 1_{\chi^c}(\sqrt{\gamma l y}) \end{array} \right], \quad (11)$$

Pour $\rho = +\infty$, (11) devient:

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

$$\max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \left[\begin{array}{l} \{1 - e^{-\gamma l y}\} \cdot 1_{\chi}(\sqrt{\gamma l y}) + \\ \{1 - e^{-\gamma l^2 y}\} \cdot 1_{\chi^c}(\sqrt{\gamma l y}) \end{array} \right], \quad (11)$$

Pour $\rho = +\infty$, (11) devient:

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} &\approx \prod_{l=0}^{N-1} (1 - e^{-y}), \\ &\approx (1 - e^{-y})^N, \end{aligned} \quad (12)$$

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

$$\max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} \approx \prod_{l=0}^{N-1} \left[\begin{array}{l} \{1 - e^{-\gamma l y}\} \cdot 1_{\chi}(\sqrt{\gamma l y}) + \\ \{1 - e^{-\gamma l^2 y}\} \cdot 1_{\chi^c}(\sqrt{\gamma l y}) \end{array} \right], \quad (11)$$

Pour $\rho = +\infty$, (11) devient:

$$\begin{aligned} \max_{0 \leq l < N} \Pr \{Q_l \leq y\} &\approx \prod_{l=0}^{N-1} (1 - e^{-y}), \\ &\approx (1 - e^{-y})^N, \end{aligned} \quad (12)$$

Ce qui est la CDF (Cumulative Distribution Function) d'un signal OFDM classique (avant réduction du PAPR).

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

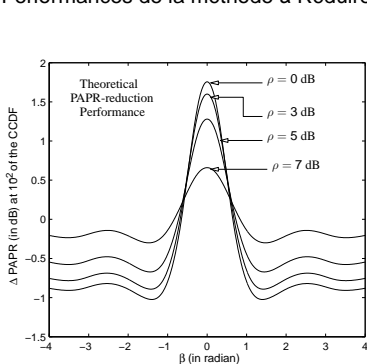


Figure: Theoretical PAPR-reduction performance ΔPAPR as a function of β for $\rho = 0$ dB, $\rho = 3$ dB, $\rho = 5$ dB and $\rho = 7$ dB.

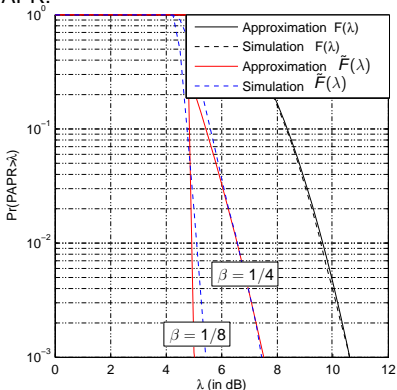


Figure: Comparison of the proposed distributions for the PAPR related to the proposed method with the simulation results for $\beta = 1/8$ and $\beta = 1/4$.

Performances de la méthode à Réduire le PAPR:

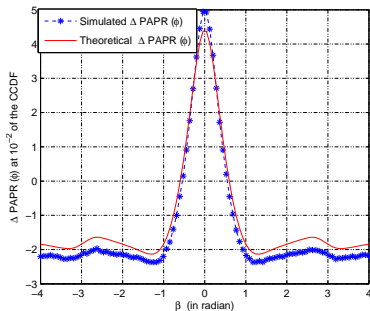


Figure: Comparison of the approximation of the $\Delta \text{PAPR}(\phi)$ (PAPR reduction performance) with the simulation results.

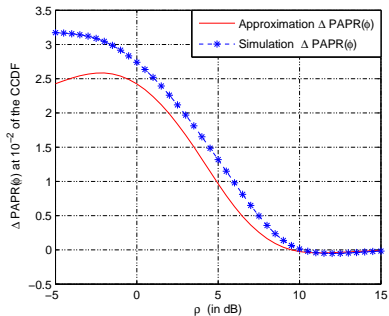


Figure: Comparison of the approximation of the $\Delta \text{PAPR}(\phi)$ (PAPR reduction performance) with the simulation results.

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Analyse des distorsions de la Méthode:

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Analyse des distorsions de la Méthode:

- La méthode de réduction du PAPR, comme toute non linéarité, génère des distorsions.

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Analyse des distorsions de la Méthode:

- La méthode de réduction du PAPR, comme toute non linéarité, génère des distorsions.
- Conséquences de ces distorsions sur la qualité de transmission des signaux:
 - ⇒ Dégradation du TEB (Taux d'Erreur Binaire),
 - ⇒ Remontées spectrales,
 - ⇒ Présence d' ISI (Interférence entre symboles),

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Analyse des distorsions de la Méthode:

- La méthode de réduction du PAPR, comme toute non linéarité, génère des distorsions.
- Conséquences de ces distorsions sur la qualité de transmission des signaux:
 - ⇒ Dégradation du TEB (Taux d'Erreur Binaire),
 - ⇒ Remontées spectrales,
 - ⇒ Présence d' ISI (Interférence entre symboles),
- Dans la suite, il est question d'analyse, d'évaluer ces non-linéarités

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

Analyse des distorsions de la Méthode:

- La méthode de réduction du PAPR, comme toute non linéarité, génère des distorsions.
- Conséquences de ces distorsions sur la qualité de transmission des signaux:
 - ⇒ Dégradation du TEB (Taux d'Erreur Binaire),
 - ⇒ Remontées spectrales,
 - ⇒ Présence d' ISI (Interférence entre symboles),
- Dans la suite, il est question d'analyse, d'évaluer ces non-linéarités
- L'idée de filtrage du signal additionnel (ou artificiel) pour réduire ces non-linéarités sera expliquée

Analyse des distorsions de la Méthode:

Rappelons que:

$$r_l \triangleq \left| \tilde{x} \left(\frac{IT_s}{N} \right) \right| \sim \text{Loi de Rayleigh de variance } 2\sigma^2$$

$$q_l \triangleq \left| \tilde{y} \left(\frac{IT_s}{N} \right) \right| = g_{\theta_l}(r_l) \quad , \quad \text{est une variable aléatoire}$$

$$g_{\theta}(x) \triangleq x \cdot 1_A(x) + [x + (C - x) e^{j\theta}] \cdot 1_{A^c}(x) \quad , \quad (13)$$

Mesure des distorsions générées par la non-linéarité à travers le SNDR (Signal-to-Noise-and Distortion Ratio)

D'après le théorème de Bussgang [1], la fonction non-linéaire $g_{\theta_l}(\cdot)$ peut être décomposée comme suit:

$$g_{\theta_l}(x) = \alpha_{\theta_l} x + d \quad (14)$$

où

$$\alpha_{\theta_l} = \frac{E \{ x^* g_{\theta_l}(x) \}}{E \{ |x|^2 \}} \quad (15)$$



J. Bussgang, Crosscorrelation function of amplitude-distorted Gaussian signals. Research laboratory of electronics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge. Technical Report 216, (1952).

Analyse des distorsions de la Méthode:

La puissance moyenne ε_d des distorsions est donnée par:

$$\varepsilon_d \triangleq E \left\{ |d|^2 \right\} = E \left\{ |g_{\theta_l}(x)|^2 \right\} - |\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\} \quad (16)$$

Pour θ_l donné, SNDR (θ_l):

$$\text{SNDR}(\theta_l) = \frac{|\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\}}{N_0 + \varepsilon_d} = \frac{\text{SNR} |\alpha_{\theta_l}|^2}{1 + \text{SNR} \frac{\varepsilon_d}{E \left\{ |x|^2 \right\}}} \quad (17)$$

Analyse des distorsions de la Méthode:

La puissance moyenne ε_d des distorsions est donnée par:

$$\varepsilon_d \triangleq E \left\{ |d|^2 \right\} = E \left\{ |g_{\theta_l}(x)|^2 \right\} - |\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\} \quad (16)$$

Pour θ_l donné, SNDR (θ_l):

$$\text{SNDR}(\theta_l) = \frac{|\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\}}{N_0 + \varepsilon_d} = \frac{\text{SNR} |\alpha_{\theta_l}|^2}{1 + \text{SNR} \frac{\varepsilon_d}{E \left\{ |x|^2 \right\}}} \quad (17)$$

Le SNDR de l'ensemble des non-linéarités s'écrit:

$$\text{SNDR} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \text{SNDR}(\theta_l) \quad (18)$$

Analyse des distorsions de la Méthode:

La puissance moyenne ε_d des distorsions est donnée par:

$$\varepsilon_d \triangleq E \left\{ |d|^2 \right\} = E \left\{ |g_{\theta_l}(x)|^2 \right\} - |\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\} \quad (16)$$

Pour θ_l donné, SNDR (θ_l):

$$\text{SNDR}(\theta_l) = \frac{|\alpha_{\theta_l}|^2 E \left\{ |x|^2 \right\}}{N_0 + \varepsilon_d} = \frac{\text{SNR} |\alpha_{\theta_l}|^2}{1 + \text{SNR} \frac{\varepsilon_d}{E \left\{ |x|^2 \right\}}} \quad (17)$$

Le SNDR de l'ensemble des non-linéarités s'écrit:

$$\text{SNDR} = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} \text{SNDR}(\theta_l) \quad (18)$$

- L'équation (18) appliquée à la Méthode de réduction du PAPR s'écrit:

$$\text{SNDR} = \frac{\text{SNR} \left\{ 1 - 2\Gamma(\rho) \frac{\sin(2\pi\beta)}{2\pi\beta} + \Gamma^2(\rho) \right\}}{1 + \text{SNR} \left\{ 1 - e^{-\rho^2} - [1 - \Gamma(\rho)]^2 \right\}}, \quad (19)$$

où

$$\Gamma(x) \triangleq x^2 e^{-x^2} - x \frac{\sqrt{\pi}}{2} \text{erfc}(x), \quad x \geq 0 .$$

Analyse des distorsions de la Méthode:

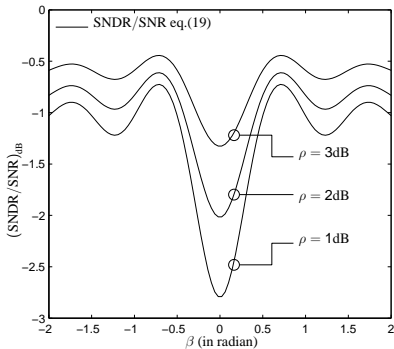


Figure: Theoretical SNDR of the method (19) for $\rho = 1$ dB, $\rho = 2$ dB and $\rho = 3$ dB.

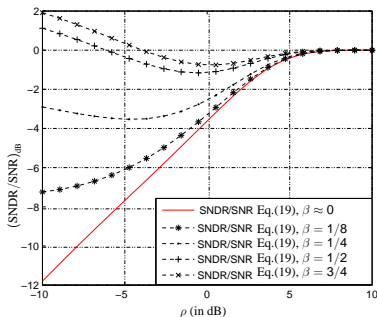


Figure: Theoretical SNDR for the adding signal approach (19) as a function of ρ , for $\beta = 0$, $\beta = 1/8$, $\beta = 1/4$, $\beta = 1/2$ and $\beta = 3/4$.

Analyse des distorsions de la Méthode:

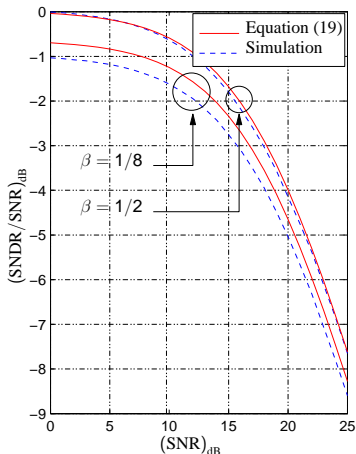


Figure: Comparaison du SNDR (10) en fonction du SNR pour $\beta = 1/8$ et $\beta = 1/2$

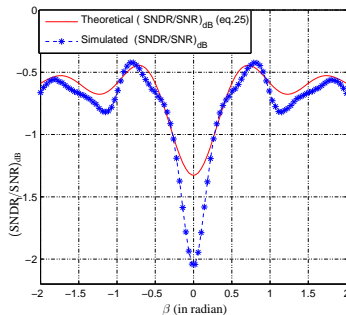


Figure: SNDR (19) en fonction de β pour SNR = 10dB et $\rho = 3$ dB.

Il y a divergence entre les résultats de simulation et l'équation théorique du SNDR lorsque β est de plus en plus proche de zéro.

Traitement des distorsions de la Méthode: \Rightarrow Filtrage numérique du signal artificiel \Rightarrow .

Retour

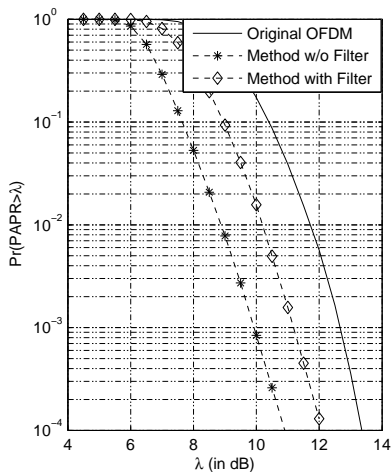


Figure: CCDFs of the OFDM system.

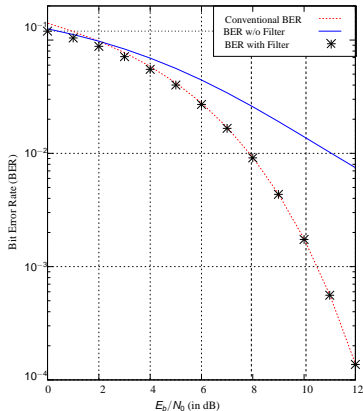


Figure: BER performances with and without digital filter.

Analyses et caractérisations des Performances de la méthode

**Les atouts de la méthode:

- 1 Réduction du PAPR ~ 1.5 dB à $\text{CCCDF}=10^{-2}$: [▶ Courbe CCDF](#)
- 2 Méthode à compatibilité descendante; aucun changement n'est opéré au récepteur associé à l'émetteur.
- 3 Pas de Side Information (SI) envoyé; aucune information n'est envoyée de l'émetteur au récepteur liée au traitement effectué à l'émission.
- 4 Méthode relativement moins complexe comparée aux méthodes de réduction du PAPR dans le domaine fréquentiel (TR basée sur l'algorithme du Gradient, TR basée sur la SOCP etc.)

** Rôle du Filtrage Numérique (FN):

Il annule la partie du signal additionnel générés dans la bande passante du signal utile (signal OFDM).

Conséquences:

- Il n'y a aucune dégradation de la qualité de transmission (Pas de dégradation du TEB): [▶ Courbe TEB](#)
- Néanmoins, il y a une perte de performance (de ~ 2 dB) en terme de réduction du PAPR.

Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative de la méthode

Pincipe:

► Retour au schéma

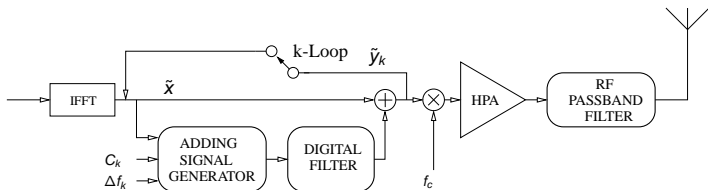


Figure: The OFDM transmitter including the PAPR-reduction scheme

Soit $\tilde{y}_k(t)$, le signal complexe résultant à la k -ème itération.

Il est évident que $\tilde{y}_0(t) = \tilde{x}(t)$.

Le signal $\tilde{y}_k(t)$ s'écrit:

$$\tilde{y}_k(t) = \tilde{y}_{k-1}(t) + \tilde{a}_k(t) e^{2j\pi \Delta f_k t},$$

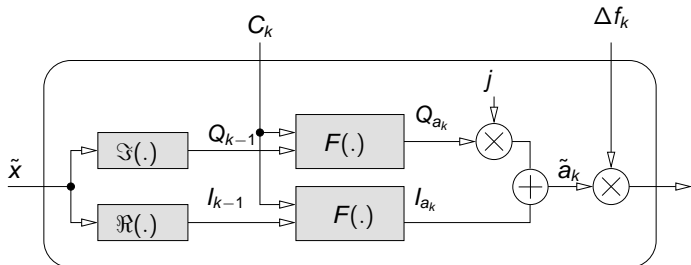


Figure: Description détaillée du Générateur de signaux artificiels

$$\begin{aligned} \tilde{a}_k(t) &= I_{a_k}(t) + jQ_{a_k}(t), \\ \tilde{y}_{k-1}(t) &= I_{k-1}(t) + jQ_{k-1}(t), \end{aligned} \quad \begin{cases} I_{a_k} = F(I_{k-1}, C_k) \\ Q_{a_k} = F(Q_{k-1}, C_k) \end{cases}$$

Soit P , le nombre total d'itérations, le signal complexe $\tilde{y}_P(t)$ résultant du système après P -itérations est donnée par:

$$\tilde{y}_P(t) = \tilde{x}(t) + \sum_{k=1}^P \tilde{a}_k(t) e^{2j\pi\Delta f_k t}$$

Effet du nombre de signaux artificiels sur la réduction du PAPR

Les résultats de simulation sont obtenus avec le schéma de réduction du PAPR utilisant le filtrage numérique.

At Symbol Clip Probability of 10^{-2}

Number of Artificial Signals	1	3	5	6
PAPR-Reduction Performance (in dB)	1.50	2.75	3.50	3.75

n'y a pas de réduction conséquente du PAPR pour $P > 5$ par rapport à $P = 5$.

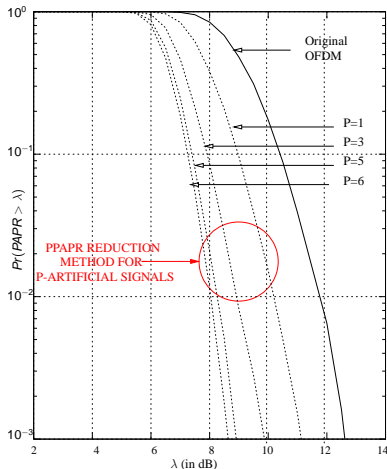
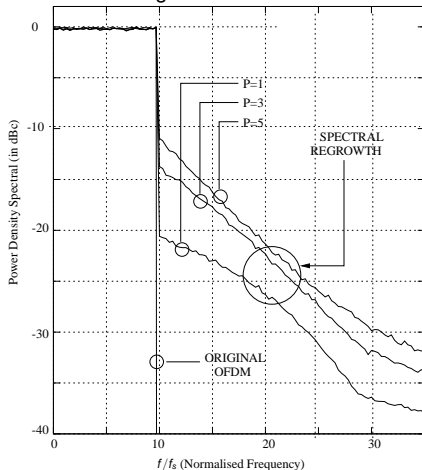


Figure: CCDFs pour l'ajout de P-signaux artificiels de réduction du PAPR

Influence des signaux artificiels sur la DSP



64-Subcarriers OFDM System

Number of Artificial Signals	1	3	5	6
Average Power Increase (in dB)	0.030	0.097	0.147	0.170

Figure: Densité Spectrale de Puissance

Outline

1 Systèmes OFDM et amplification non-linéaire

- Systèmes OFDM
- Définitions du Rapport de Puissances
- Amplification Non-linéaire

2 État de l'art de techniques de réduction du PAPR à l'émission

- Classification des méthodes
- Les méthodes dites «ajout de signal»

3 Nos contributions: Méthode Géométrique de réduction du PAPR

- Méthode Géométrique de réduction du PAPR
- Analyses et caractérisations des performances de la méthode
- Ajout de plusieurs signaux artificiels: Version itérative

4 Conclusion et Perspectives

Conclusion:

- 1 Proposer une technique de réduction du PAPR de la classe des méthodes dites «ajout de signal»
- 2 Proposer des approximations des performances de la méthode $(\gamma, \Delta\text{PAPR}(\phi), \text{SNDR})$; elles sont comparées avec les résultats de simulations.
- 3 Proposer une version itérative de la méthode: **Ajout de plusieurs signaux artificiels.**
 - ⇒ Pour augmenter les performances en terme de réduction du PAPR
 - ⇒ Le nombre d'itérations doit être choisit de façon raisonnable. (Dans notre cas, $P = 5$ est une choit optimal).

Perspectives:

- ➊ Comparer les performances de la méthode avec d'autres méthodes «ajout de signal»:
Soft-clipping, Hard-clipping and Invertible clipping
- ➋ Dans la suite de nos travaux:
 - ⇒ Proposer une généralisation des méthodes dites «Ajout de Signal» en montrant que: **Toutes les méthodes dites «Ajout de Signal» sont théoriquement équivalente.**
 - ⇒ Et expliquer au mieux, l'interaction qui existe entre réduction du PAPR et distorsions (In-band et Out-of-band noise) des signaux.

▶ ▶ ▶ Questions ? ▶ ▶▶
